

Hong Kong Mathematics Olympiad (2011 / 2012)

Heat Event (Individual)

香港數學競賽 (2011 / 2012)

初賽項目(個人)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest form.

1. 求  $2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 20122012^2$  的個位數的值。

Find the value of the unit digit of  $2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 20122012^2$ .

2. 已知  $a$ 、 $b$  及  $c$  為正偶數，且滿足方程  $a + b + c = 2012$ 。問該方程共有多少個解？

Given that  $a$ ,  $b$  and  $c$  are positive even integers which satisfy the equation  $a + b + c = 2012$ . How many solutions does the equation have?

3. 如圖一， $ABCD$  為一個正方形。  $B$  和  $D$  的坐標分別為  $(5, -1)$  及  $(-3, 3)$ 。若  $A(a, b)$  位於第一象限內，求  $a + b$  的值。

In Figure 1,  $ABCD$  is a square. The coordinates of  $B$  and  $D$  are  $(5, -1)$  and  $(-3, 3)$  respectively. If  $A(a, b)$  lies in the first quadrant, find the value of  $a + b$ .

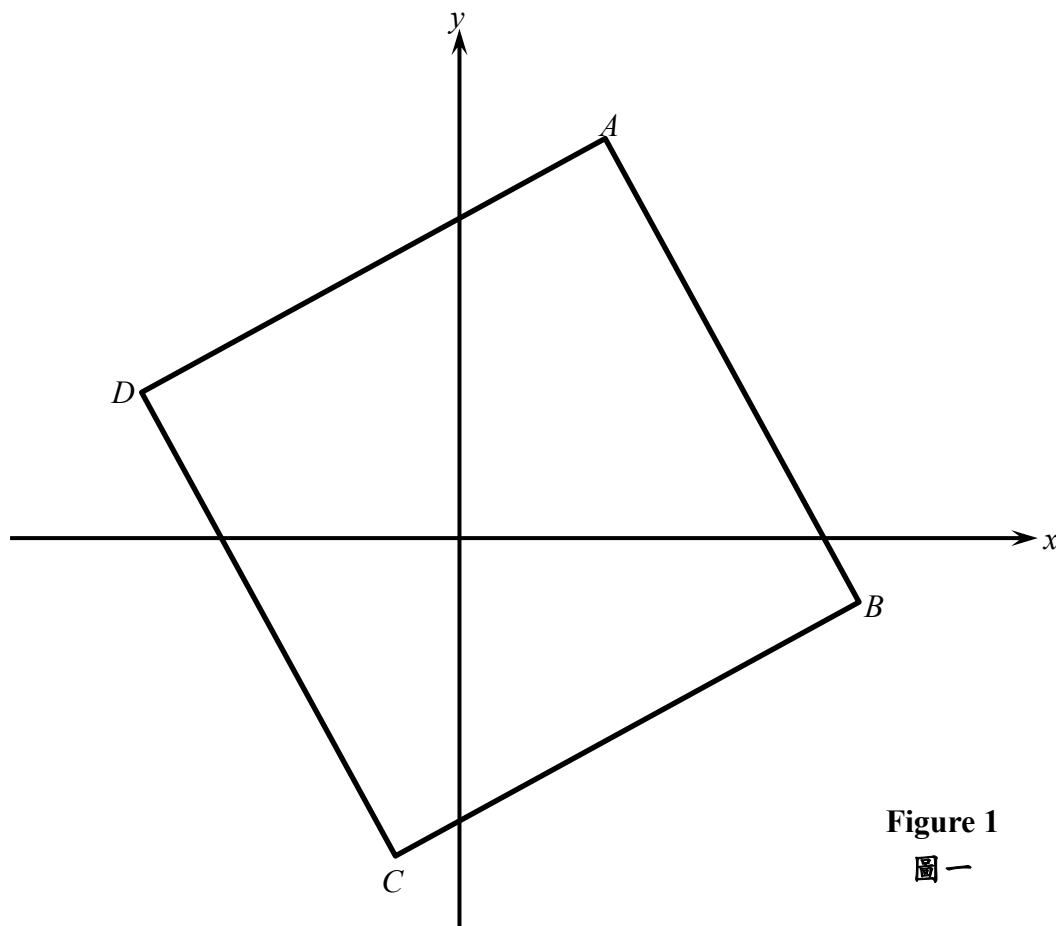


Figure 1

圖一

4.  $2^{20} \times 25^{12}$  是一個多少個位的數？

Find the number of places of the number  $2^{20} \times 25^{12}$ .

5. 已知  $\log_4 N = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \cdots$ ，求  $N$  的值。

Given that  $\log_4 N = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \cdots$ , find the value of  $N$ .

6. 已知  $a$  及  $b$  為不相同質數，且  $a^2 - 19a + m = 0$  及  $b^2 - 19b + m = 0$ ，求  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$  的值。

Given that  $a$  and  $b$  are distinct prime numbers,  $a^2 - 19a + m = 0$  and  $b^2 - 19b + m = 0$ . Find the value of  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ .

7. 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  是正數，且  $a+b+c=9$ 。設  $a+b$ 、 $a+c$  及  $b+c$  當中的最大值為  $P$ ，求  $P$  的最小值。

Given that  $a$ ,  $b$  and  $c$  are positive numbers, and  $a+b+c=9$ . Suppose the maximum value among  $a+b$ ,  $a+c$  and  $b+c$  is  $P$ , find the minimum value of  $P$ .

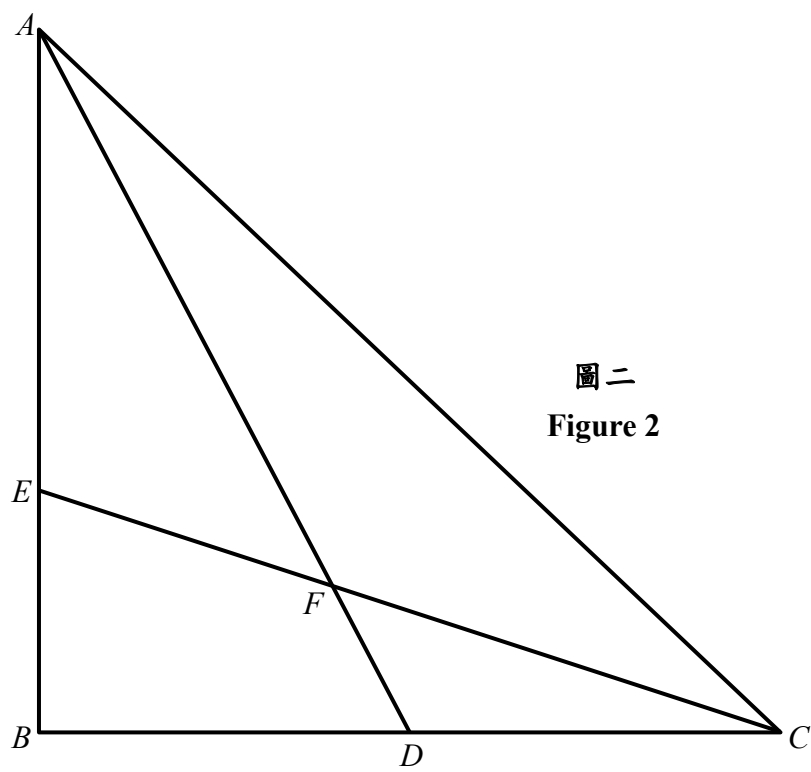
8. 若方程  $(k^2-4)x^2 - (14k+4)x + 48 = 0$  有兩個相異的正整數根，求  $k$  的值。

If the quadratic equation  $(k^2-4)x^2 - (14k+4)x + 48 = 0$  has two distinct positive integral roots, find the value(s) of  $k$ .

9. 已知  $x$ 、 $y$  為正整數，且  $x > y$ ，解  $x^3 = 2189 + y^3$ 。

Given that  $x$ ,  $y$  are positive integers and  $x > y$ , solve  $x^3 = 2189 + y^3$ .

10. 如圖二， $AE = 14$ ， $EB = 7$ ， $AC = 29$  and  $BD = DC = 10$ 。求  $BF^2$ 。
- In Figure 2,  $AE = 14$ ， $EB = 7$ ， $AC = 29$  and  $BD = DC = 10$ . Find  $BF^2$ .



**END**